1 Le condensateur

1. Description - Symbole

● Un condensateur est formé de deux lames conductrices (armatures) séparées par un isolant appelé diélectrique (verre, air, film plastique, mica, céramique), dont la représentation symbolique est donnée figure 6-1.

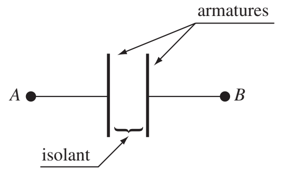

Fig. 6-1

Remarque : un condensateur ne laisse pas passer de courant continu.

2. Charges des armatures

● Dans le circuit représenté figure 6-2, le courant électrique qui circule provoque un déficit d'électrons sur l'armature A et un excès d'électrons sur l'armature B : le condensateur se charge, et à chaque instant :

$$\boxed{q_A = -\, q_B}$$

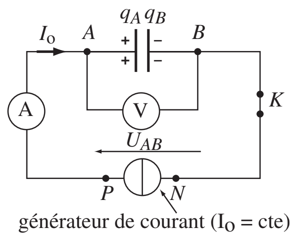

Fig. 6-2

● **L'intensité I_0 du courant continu** à travers une section (S) d'un conducteur représente un **débit constant de charges électriques**. Cette intensité est égale à la valeur absolue de la charge électrique totale traversant cette section par unité de temps :

$$\boxed{I_0 = \frac{|q|}{t}, \text{ avec} \begin{cases} q : \text{charge totale traversant la section (S), exprimée en coulombs (C)} \\ t : \text{durée exprimée en secondes (s)} \\ I_0 : \text{intensité exprimée en ampères (A)} \end{cases}}$$

3. Algébrisation de l'intensité

● Considérons un conducteur parcouru par un courant d'intensité absolue I dont on ne connaît pas, a priori, le sens réel. On oriente arbitrairement (dans un sens ou dans l'autre) le conducteur par une flèche dessinée sur le fil, ce qui définit l'intensité algébrique i.

● Le sens choisi est appelé sens positif.
Si le sens réel du courant correspond au sens choisi, alors $i = +I > 0$.
Si le sens réel du courant correspond au sens inverse, alors $i = -I < 0$.

Fig. 6-3

4. Convention récepteur

● Dans le but de simplifier la relation liant la tension u et l'intensité i pour un dipôle passif, il faut se placer en convention récepteur.

> En convention récepteur, il faut représenter i et u par des flèches de sens opposé.

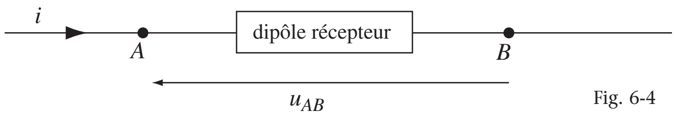

Fig. 6-4

● Dans un **récepteur**, le courant descend les potentiels. Si le dipôle AB est un récepteur, alors, pour $u = u_{AB} = V_A - V_B > 0$ (soit $V_A > V_B$), le courant va bien de A vers B dans le dipôle, c'est-à-dire que $i > 0$. Les grandeurs **tension et intensité sont, dans cette convention, de même signe**.
Pour un générateur, et pour des raisons similaires, il faut utiliser la convention inverse (flèches u et i de même sens) appelée **convention générateur**.

Exemple d'application

Dans le circuit ci-contre, le courant $i = 1$ A est supposé constant.

1. Combien d'électrons traversent S chaque seconde ? Dans quel sens ?
On rappelle que $e = +1{,}6.10^{-19}$ C.

2. Pour le dipôle D, i et u sont-ils en convention générateur ou récepteur ? Si D est une résistance R, donner la loi liant u et i.

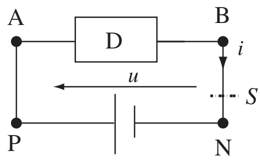

Fig. 6-5

Corrigé commenté

***Rappel** : 1 ampère est un débit de 1 coulomb par seconde et chaque électron a une charge $q = -e = -1{,}6.10^{-19}$ C.*

1. La charge électrique traversant la section S chaque seconde de B vers N est :
$q = i.t = 1 \times 1 = 1$ C. La charge : $-q = -1$ C circule de N vers B.
Pour former une telle charge, il faut $N = (-q)/(-e) = \mathbf{6{,}25.10^{18}}$ électrons. Ces électrons de charge négative circulent donc de N vers B.

2. Comme u et i (pour D) sont dans des sens opposés, il s'agit de la convention récepteur. Pour une résistance, on a donc $u = R.i$ dans cette convention.

2 Relation entre tension et intensité

1. Charge d'un condensateur à courant constant

● En reprenant le montage de la figure 6-2 (le condensateur étant préalablement déchargé) et en relevant, à la fermeture de l'interrupteur K, les valeurs de la tension u_{AB} en fonction de la durée t de charge, on obtient le graphe ci-contre.

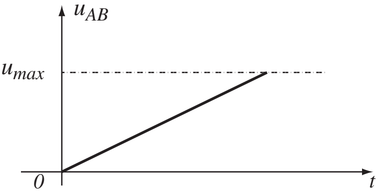

Fig. 6-6

● Ce graphe est celui d'une fonction linéaire, on a donc : $\boxed{u_{AB} = k.t}$ (1), où k est une constante. Comme par définition $q_A = i.t$, d'après la relation (1), on en déduit : $\dfrac{q_A}{u_{AB}} = \dfrac{i.t}{k.t}$ = constante, soit : $\boxed{q_A = C.u_{AB}}$ (2).
Le coefficient C est positif : il est appelé **capacité du condensateur**. La capacité s'exprime en **Farads** de symbole F, avec q_A en coulombs (C) et u_{AB} en volts (V).

2. Cas des courants variables

● Dans ce cas, intensité et tension sont des grandeurs qui sont des fonctions du temps. On travaille alors avec les valeurs instantanées $i(t)$ et $u(t)$.

● Les lois fondamentales utilisées en courant continu (tensions, intensités) restent valables pour des **valeurs instantanées**.

● Dans le cas de courants variables, l'intensité n'est plus un débit constant de charges.

> On définit la valeur instantanée $i(t)$ de l'intensité à la date t comme étant égale à la valeur de la dérivée de la fonction $q(t)$ à cette date t, avec en convention récepteur : $i(t) = \dfrac{dq_A}{dt}$ (3)

Comme $q_A(t) = C.u_{AB}(t)$, alors $\boxed{i(t) = C.\dfrac{du_{AB}}{dt}}$ (4).

Exemple d'application

On étudie la charge d'un condensateur de capacité C avec un générateur de courant délivrant une intensité constante i = 100 µA. Un dispositif électronique non représenté permet d'interrompre périodiquement la charge en produisant une décharge totale quasi instantanée du condensateur. On branche un oscilloscope comme l'indique le schéma et on observe l'écran de l'oscillographe ci-dessous.

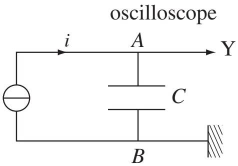

Fig. 6-7

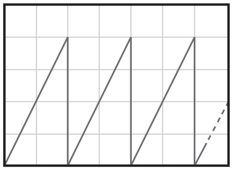

Fig. 6-8

sensibilité verticale : 1 V/div

base de temps : 0,1 ms/div

1. Recopier le schéma en représentant la tension u mesurée par l'oscilloscope. Si on considère la tension u et l'intensité i pour le condensateur, dans quelle convention (générateur ou récepteur) est-on ? En déduire la relation entre u et i.

2. Déterminer la capacité C du condensateur.

Corrigé commenté

***Rappel** : l'entrée Y de l'oscilloscope correspond à la borne « + » d'un voltmètre.*

1. L'oscilloscope mesure toujours la tension entre la voie Y et la masse, c'est-à-dire que $\boldsymbol{u = u_{AB}}$ (pointe de la flèche en A).

u et i (tension aux bornes de C) sont de sens contraire : il s'agit donc de la **convention récepteur**.

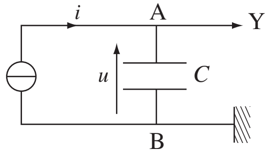

Fig. 6-9

Dans cette convention, la relation demandée est $\boxed{i = C.\dfrac{\mathrm{d}\big(u(t)\big)}{\mathrm{d}t}}$ (4).

2. Pour chaque charge, u varie linéairement en fonction du temps. Le terme $\mathrm{d}(u(t)/\mathrm{d}t$ correspond donc à la pente des segments obliques de l'oscillogramme.

Graphiquement, on trouve $\mathrm{d}(u(t))/(\mathrm{d}t) = \dfrac{4}{0{,}2} = 20\ \mathrm{V}.\mathrm{ms}^{-1} = 2.10^4\ \mathrm{V}.\mathrm{s}^{-1}$.

D'après la relation (4), on a $C = \dfrac{\mathrm{i}}{\mathrm{d}(u(t)/\mathrm{d}t}$, soit C = **5 nF**.

3 Dipôle RC

1. Charge et décharge d'un condensateur

● Le montage ci-contre est réalisé pour étudier la charge puis la décharge d'un condensateur. Le générateur de tension délivre ici une tension continue, de valeur constante au cours du temps. On utilise un oscilloscope à mémoire.

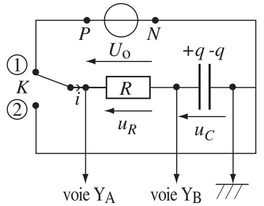

Fig. 6-10

● La charge ou la décharge d'un dipôle (R, C) sont des **phénomènes transitoires**.

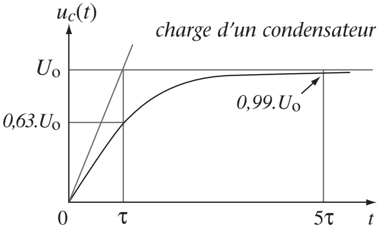

Fig. 6-11

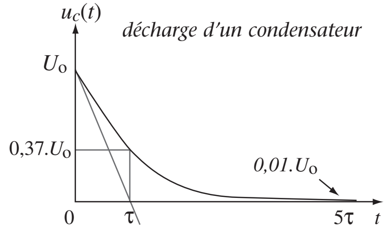

Fig. 6-12

● Si K passe en position ①, un courant positif s'établit dans le circuit. L'intensité i de ce courant décroît progressivement tandis que u_C augmente. Quand $u_C = U_0$, alors $i = 0$.

● D'après la loi des mailles et (4) :

$u_c + u_R = U_0$ donc $\boxed{u_c + R.C\dfrac{du_c}{dt} = U_0}$.

Cette équation est l'**équation différentielle régissant la charge du condensateur**.

● En tenant compte des conditions initiales, la solution de cette équation différentielle est :

$$\boxed{u_c(t) = U_0\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) \text{avec } \tau = RC} \quad (5).$$

● Si K passe de ① à ②, un courant négatif s'établit dans le circuit. La valeur absolue de l'intensité de ce courant décroît : le condensateur se décharge. Quand $i = 0$ alors $u_C = 0$.

● D'après la loi des mailles et (4) :

$u_c + u_R = 0$ donc $\boxed{u_c + R.C\dfrac{du_c}{dt} = 0}$.

Cette équation est l'**équation différentielle régissant la décharge du condensateur**.

● En tenant compte des conditions initiales, la solution de cette équation différentielle est :

$$\boxed{u_c(t) = U_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \text{avec } \tau = RC} \quad (6).$$

2. Influence de la constante de temps τ sur la charge et la décharge

● On remplace le générateur de tension continue (voir fig. 6-11) par un générateur délivrant une tension en créneaux. Les résistance et condensateur sont variables.

● Sur la voie B, on observe la tension aux bornes du condensateur. On fait varier les valeurs des résistances du conducteur ohmique et la capacité du condensateur. On obtient les deux oscillogrammes de la figure 6-15.

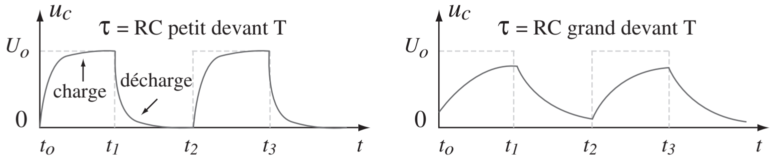

Fig. 6-13

Exemple d'application

À l'aide des formules (5) et (6), trouver en fonction de U_0 l'expression de $u_c(t)$ à l'instant $t = \tau$, ainsi que l'expression du coefficient directeur de la tangente à l'origine pour la charge et la décharge.

Corrigé commenté

***Indication** : remplacez t par τ dans les équations.*

***Rappel** : la dérivée de $f(x) = a.e^{-b.x}$ est $f'(x) = -a.b.e^{-b.x}$.*

Le point (τ ; $u_c(\tau)$) de la courbe $u_c(t)$ permet de déterminer expérimentalement τ.

Charge d'un condensateur :

Pour $t = \tau$, $u_c(t) = U_0.\,(1 - e^{-1}) = 0{,}63\ U_0$.

$$\left(\frac{du_c}{dt}\right)_{t=0} = \left(-\frac{U_0}{\tau}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)_{t=0}$$
$$= +\frac{U_0}{\tau}$$

Décharge d'un condensateur :

Pour $t = \tau$, $u_c(t) = U_0.\ e^{-1} = 0{,}37\ U_0$.

$$\left(\frac{du_c}{dt}\right)_{t=0} = \left(-\frac{U_0}{\tau}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)_{t=0}$$
$$= -\frac{U_0}{\tau}$$

La mesure de ce coefficient directeur est une autre méthode graphique pour déterminer expérimentalement la constante de temps τ.

4 Intensité et énergie dans un condensateur

1. Intensité du courant lors de la charge et la décharge

● Pour étudier l'intensité du courant, l'oscilloscope doit être branché aux bornes du conducteur ohmique (Fig. 6-14). On visualise ainsi la tension $u_R = R.i$, donc l'intensité du courant à un facteur R près (voir figure 6-15).

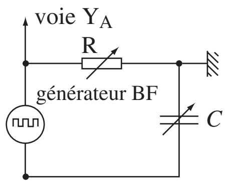

Fig. 6-14

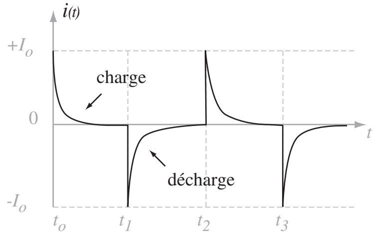

Fig. 6-15

● Intensité lors de la charge :
D'après (4) et (5), on a : $i(t) = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \dfrac{C.U_0}{\tau}.\exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right) = \dfrac{U_0}{R}.\exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)$.

En posant $I_0 = \dfrac{U_0}{R}$, on a : $\boxed{i(t) = I_0.\exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)}$.

$i(t)$ est une fonction décroissante par valeurs positives.

● Intensité lors de la décharge :
De même, d'après (4) et (6), on a :

$$i(t) = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\frac{C.U_0}{\tau}.\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = -\frac{U_0}{R}.\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

On obtient : $\boxed{i(t) = -I_0\exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)}$.

$i(t)$ est une fonction croissante par valeurs négatives.

● Contrairement à $u_c(t)$, $i(t)$ est discontinue.

2. Énergie stockée dans un condensateur

● Un condensateur chargé constitue un réservoir d'énergie. Cette énergie peut être restituée dans un circuit (principe du flash photographique).

● La valeur de l'énergie potentielle électrostatique stockée par un condensateur est : $\boxed{E_C = \frac{1}{2} C u_C^2}$.

D'après (2), on a aussi : $E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q \cdot u_C$.

Remarque : *stockage et déstockage de l'énergie ne peuvent jamais s'effectuer instantanément, ce qui confirme que les variations de la tension $u_C(t)$ ne sont jamais discontinues.*

3. Analyse dimensionnelle de la constante de temps τ

D'après la loi d'ohm pour un conducteur ohmique : u = R.i, on a $[R] = \frac{[u]}{[i]}$.

D'après (2), on a : $q = C.u$, soit $[C] = \frac{[q]}{[u]}$.

Or d'après (4), on a $[i] = \frac{[q]}{[t]}$, soit $T = \frac{[q]}{[i]}$.

On en déduit : $[R.C] = \frac{[u]}{[i]} \cdot \frac{[q]}{[u]} = \frac{[q]}{[i]} = T$.

La constante τ a donc bien la dimension d'un temps.

Exemple d'application

On considère le circuit ci-contre.
A $t = 0$ s, on ferme l'interrupteur K. On appelle $u_C(t)$ la tension aux bornes du condensateur initialement chargé.

Elle a alors pour expression : $u_C(t) = 10 \cdot \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$.

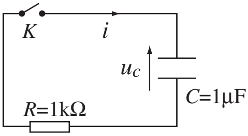

Fig. 6-16

1. Établir l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant dans le circuit pour $t > 0$ s.

2. Calculer l'énergie $E(t_1)$ stockée dans le condensateur à $t_1 = 2$ ms.

Corrigé commenté

1. ***Rappel*** *: sachez que l'intensité dans un condensateur est proportionnelle à la dérivée de la tension à ses bornes ; le coefficient de proportionnalité est sa capacité C.*

$$i(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt} = -\frac{10}{R} \cdot \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) = \frac{10}{10^3} \cdot \exp\left(-\frac{t}{10^3 \cdot 10^{-6}}\right),$$

soit $\boxed{i(t) = -0{,}01.e^{-1000.t}}$.

2. ***Rappel*** *: l'énergie stockée dans un condensateur ne dépend que de sa capacité et de la tension à ses bornes.*

$$\boxed{E(t_1) = \frac{1}{2} C \cdot [u_C(t_1)]^2} \quad \text{AN} : \mathbf{E}(t_1) = \frac{1}{2} 10^{-6}\left[10 \cdot \exp\left(-\frac{2 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 10^{-6}}\right)\right]^2 = \mathbf{9 \cdot 10^{-7}\ J}.$$